ピタゴラスの定理

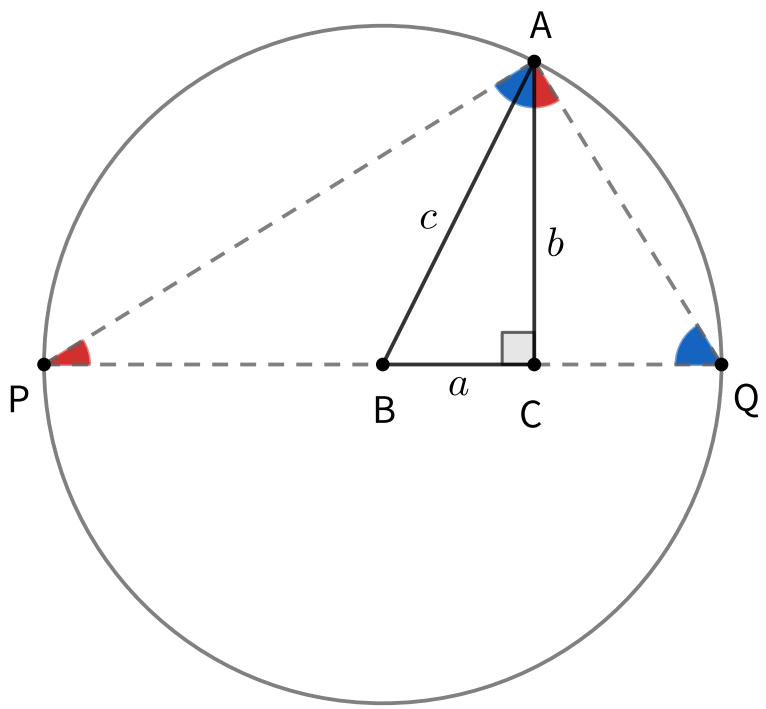
2024 年 2 月 26 日(月)

はじめに

ピタゴラスの定理(三平方の定理)の面白い証明を見つけたのでメモしておきます.

証明 1

文献[1] の 60 ページ, [2] の 8 ページ及び[3] を参考にする.



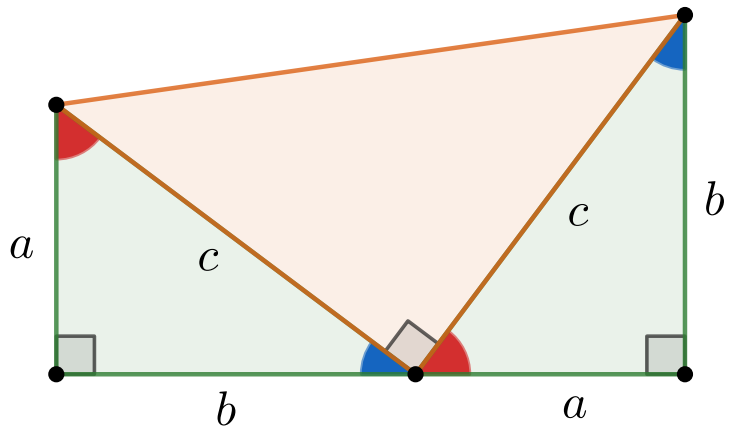
直角三角形ABCがあるとき, 点Bを中心として半径cの円を描く. このとき三角形ACQと三角形PCAは相似なので

$$\frac{c-a}{b} = \frac{b}{c+a}$$

となる. つまり$a^2 + b^2 = c^2$が成立する. 証明終了.

証明 2

文献[4] の 128 ページ及び[2] の 7 ページを参考にする.



図形全体の面積をSとする. 全体を 1 つの台形だと見なせば

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \\ &= \frac{1}{2}(a+b)(a+b) = \frac{1}{2}(a+b)^2 \end{aligned}$$

全体を 3 つの直角三角形と見なせば

$$S = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}cc + \frac{1}{2}ab = ab + \frac{1}{2}c^2$$

以上より $\frac{1}{2}(a+b)^2 = ab + \frac{1}{2}c^2$を整理すると$a^2 + b^2 = c^2$が得られる. 証明終了.

参考文献

[1] A. Posamentier, The Pythagorean Theorem: The Story of Its Power and Beauty. in G - Reference,Information and Interdisciplinary Subjects Series. Prometheus Books, 2010.

[2] R. Nelsen, Proofs Without Words: Exercises in Visual Thinking. in Classroom resource materials. Mathematical Association of America, 1993.

[3] M. Hardy, “Behold! The Pythagorean Theorem via Mean Proportions”, The College Mathematics Journal, vol. 17, no. 5, p. 422, 1986.

[4] C. Alsina and R. Nelsen, A Cornucopia of Quadrilaterals. in Dolciani Mathematical Expositions. American Mathematical Society, 2020.