

## Young 図形で母函数入門 資料編

2010年9月28日(火)

### 資料1. 多項式・級数の変形

$$(1) \quad (1-q)(1+q) = 1 - q^2.$$

$$(2) \quad (1-q)(1+q+q^2) = 1 - q^3.$$

$$(3) \quad (1-q)(1+q+q^2+q^3+\cdots+q^n) = 1 - q^{n+1}.$$

$$(4) \quad 1+q+q^2+q^3+q^4+q^5+\cdots = \frac{1}{1-q}, \quad \text{ただし, } -1 < q < 1 \text{ (以下同様).}$$

$$(5) \quad 1+q^2+q^4+q^6+q^8+q^{10}+\cdots = \frac{1}{1-q^2}.$$

$$(6) \quad 1+q^3+q^6+q^9+q^{12}+q^{15}+\cdots = \frac{1}{1-q^3}.$$

$$(7) \quad 1+q^i+q^{2i}+q^{3i}+q^{4i}+q^{5i}+\cdots = \frac{1}{1-q^i}.$$

$$(8) \quad (1+q+q^2+q^3+q^4+q^5+q^6)(1+q^2+q^4+q^6)(1+q^3+q^6)(1+q^4)(1+q^5)(1+q^6) \\ = 1+q+2q^2+3q^3+5q^4+7q^5+11q^6+13q^7+\cdots.$$

## 資料 2-1: Young 図形の数え上げ

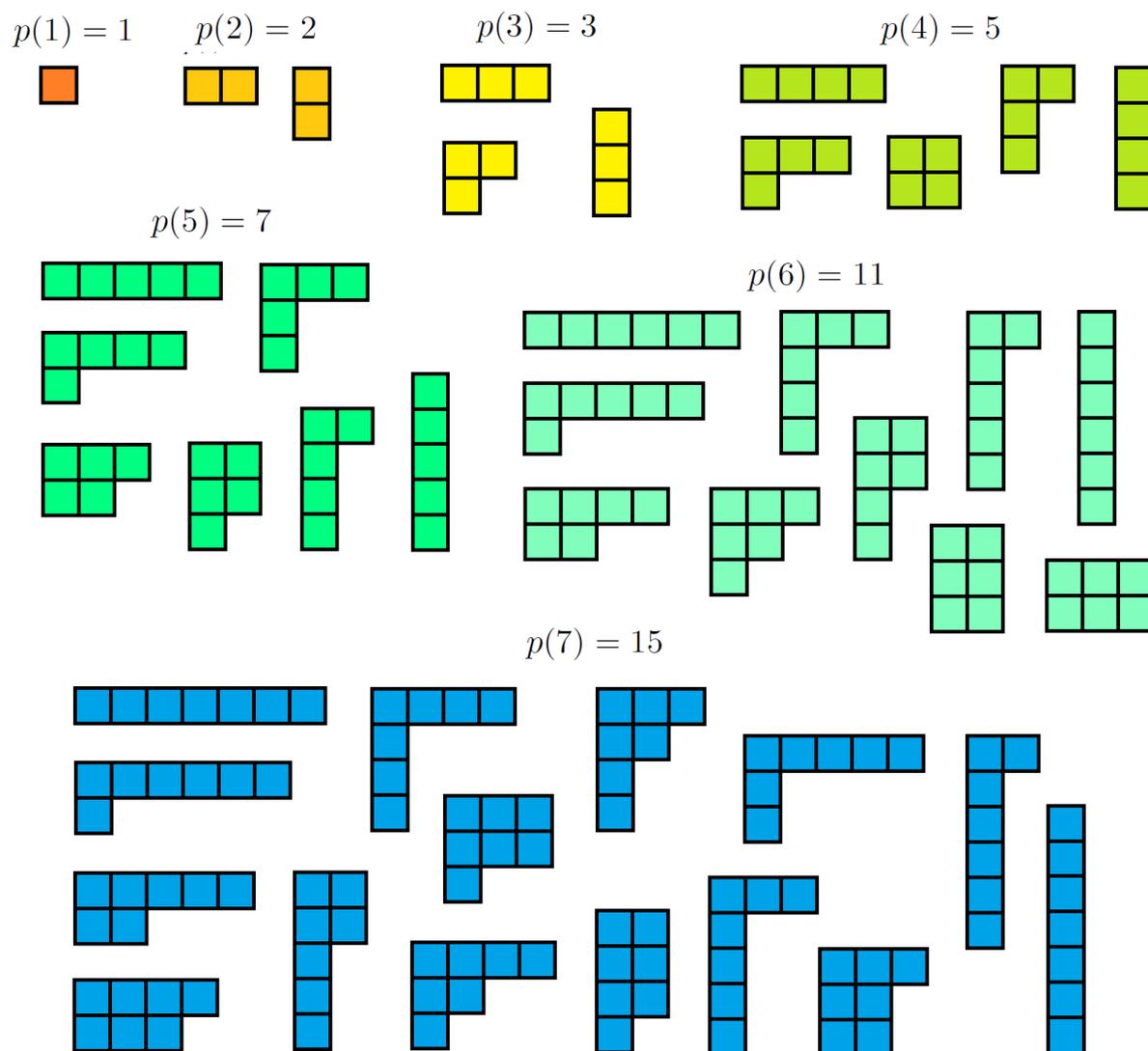


図 1: 正方形の数  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  において可能な Young 図形とその総数  $p(n)$ .

## 資料 2-2: 制限された Young 図形

条件 1: 横方向の長さがすべて異なる

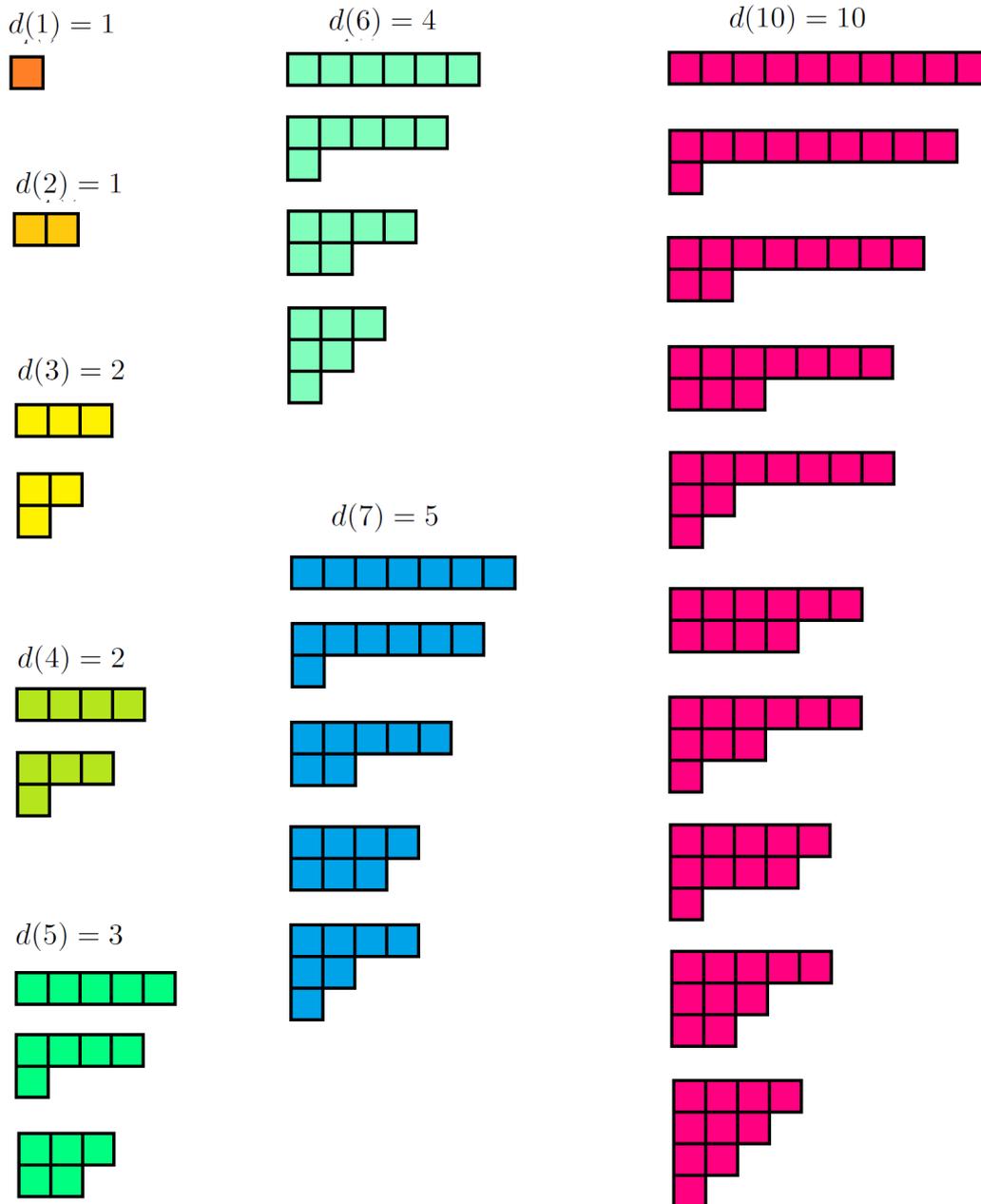


図 2: 条件 1 のもとで  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10$  において可能な Young 図形とその総数  $d(n)$ . 下の行に進むにつれて横の長さが減っていくようにする.

条件 2: 横方向の長さがすべて奇数

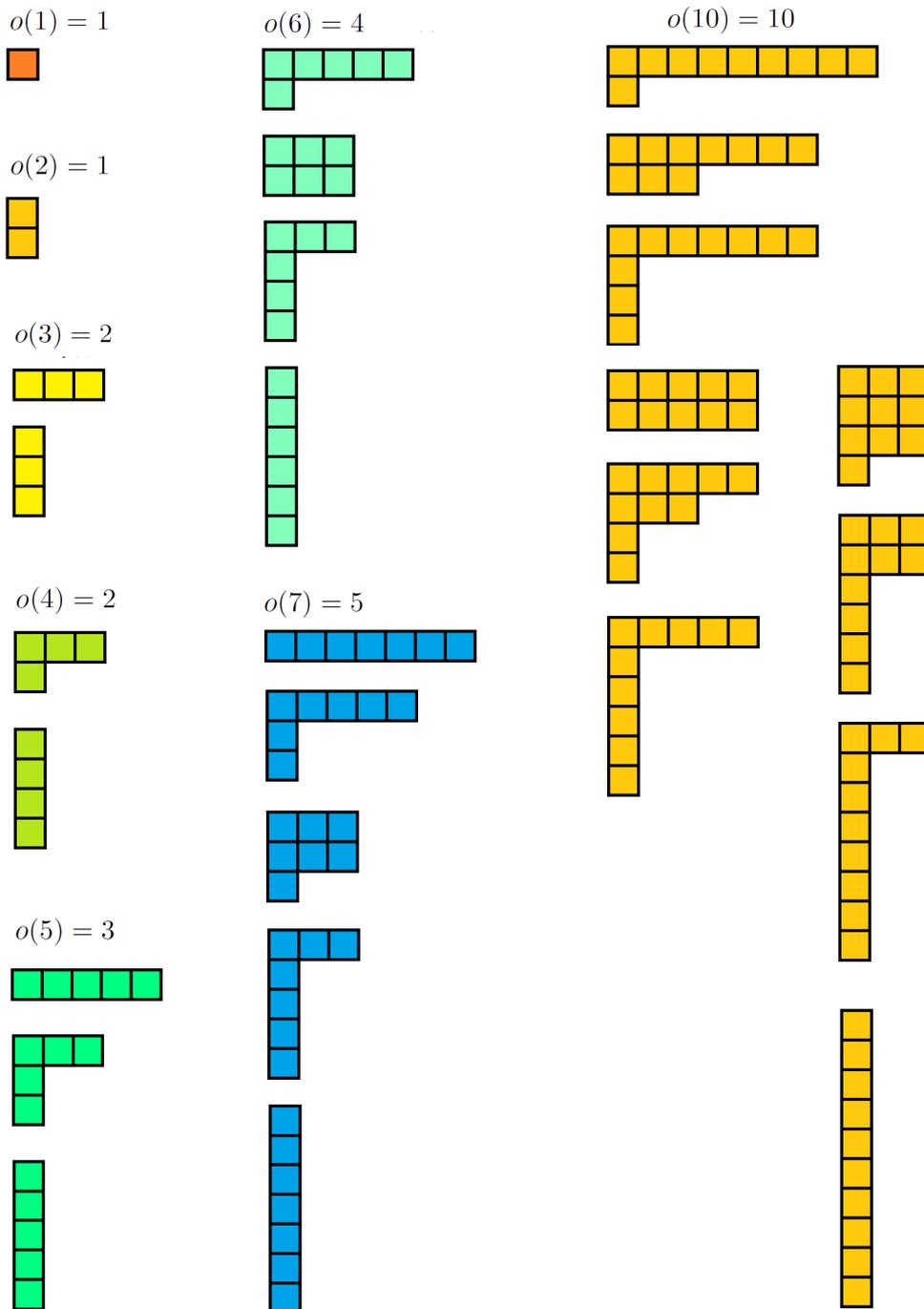


図 3: 条件 2 のもとで  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10$  において可能な Young 図形とその総数  $o(n)$ . どの行についても横の長さが奇数  $(1, 3, 5, 7, \dots)$  になるようにする.